

중앙경선 설정에 따른 세계지도 투영법의 상대적 적합도 평가: 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법의 비교*

김용민** · 이상일***

Evaluation of the Relative Suitability of World Map Projections According to Central Meridian Setting: A Comparison of the Robinson and Winkel Tripel Projections*

Yongmin Kim** · Sang-Il Lee***

요약 : 본 연구는 중앙경선의 선택이 육지부의 평균 투영 왜곡도와 투영법의 상대적 적합도에 미치는 영향을 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법의 비교를 통해 실증적으로 분석하였다. 이를 위해 티소의 지시타원을 기반으로 각도, 면적, 축척의 국지적 왜곡도를 정의하고, 수치적분을 통해 육지부 전체의 평균 왜곡도로 확장하였다. 또한 2.5° 간격의 경위도 격자망과 중앙경선 차원을 결합한 3차원 계산 체계를 구축하여, 중앙경선 변화에 따른 왜곡도의 분포를 체계적으로 산출하였다. 분석 결과, 두 도법 모두에서 왜곡도는 중앙경선의 설정에 의존하는 것으로 나타났다. 각도 왜곡의 경우 동경 30° 부근에서 최소, 서경 130° 부근에서 최대를 보이며, 일부 구간을 제외하면 대부분의 중앙경선에서 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법보다 우세하였다. 반면 면적 왜곡에서는 중앙경선의 위치와 무관하게 빈켈 트리펠 도법이 일관되게 우세하였으며, 두 왜곡 범주는 서로 상반된 공간적 분포를 보였다. 이러한 차이는 각 투영법이 지니는 고유한 왜곡의 공간적 구조와, 중앙경선의 변화에 따라 달라지는 수목 분포의 재배치가 결합된 결과로 해석된다. 특히 중앙경선의 이동에 따라 육지부가 지도 중앙 또는 외곽으로 이동하면서 평균 왜곡도에 대한 기여 구조가 달라지는 점이 핵심적인 요인으로 작용한다. 이러한 분석을 바탕으로 중앙경선을 동경 150°로 설정한 경우를 평가한 결과, 로빈슨 도법은 각도 왜곡에서 상대적 개선을 보이는 반면 면적 왜곡은 증가하여 두 왜곡 속성 간 상충이 발생하는 것으로 나타났다. 그러나 각도와 면적 왜곡의 균형을 고려하되 각도 왜곡의 영향력이 더 크다는 평가 기준을 적용하면, 로빈슨 도법의 상대적 적합성은 본초자오선을 중앙경선으로 설정한 경우에 비해 높아지는 것으로 해석할 수 있다. 본 연구는 중앙경선을 투영 왜곡 분석의 핵심 변수로 도입함으로써, 투영법의 성능을 보다 일반화된 틀에서 재평가할 수 있는 방법론을 제시하였다는 점에서 의의를 가진다.

주요어 : 티소의 지시타원, 투영 왜곡, 중앙경선, 로빈슨 도법, 빈켈 트리펠 도법

Abstract : This study investigates how the choice of central meridian affects mean projection distortion over land and the relative suitability of map projections, through a comparative analysis of the Robinson and Winkel Tripel projections. Local distortions—angular, areal, and scale—are defined using Tissot's indicatrix and extended to mean distortions over global land areas via numerical integration. A three-dimensional computational framework is constructed by combining a latitude-longitude grid with a central meridian dimension, enabling systematic evaluation of distortion patterns across different meridians. The results show that distortion levels in both projections depend

*본 논문은 김용민의 석사학위 논문을 수정·보완한 것임.

**한국건설기술연구원 석사후연구원(Post-master Researcher, Korea Institute of Civil Engineering and Building Technology, yongminkim1994@gmail.com)

***서울대학교 지리교육과 교수(Professor, Department of Geography Education, Seoul National University, si_lee@snu.ac.kr)

on the choice of central meridian. Angular distortion reaches a minimum near 30°E and a maximum near 130°W, with the Robinson projection outperforming the Winkel Tripel projection across most meridians except within a limited range. In contrast, areal distortion consistently favors the Winkel Tripel projection regardless of the meridian, and exhibits a spatial pattern opposite to that of angular distortion. These differences can be explained by the interaction between the intrinsic spatial distribution of distortion in each projection and the redistribution of landmasses caused by shifts in the central meridian. In particular, changes in the relative position of land areas—whether concentrated near the center or the edges of the map—significantly influence the overall distortion metrics. Based on this framework, the case of setting the central meridian to 150°E is evaluated. Under this configuration, the Robinson projection shows a clear improvement in angular distortion but a deterioration in areal distortion, resulting in a trade-off between distortion types. However, when greater weight is assigned to angular distortion in accordance with commonly used evaluation criteria emphasizing visual naturalness, the relative suitability of the Robinson projection improves compared to the prime meridian case. This study highlights the central meridian as a critical analytical dimension and provides a generalized methodological framework for reevaluating projection performance under varying meridian configurations.

Key Words : Tissot's indicatrix, Projection distortion, Central meridian, Robinson projection, Winkel Tripel projection

I. 서론

수학자 카를 프리드리히 가우스(Carl Friedrich Gauss)가 1827년에 발표한 ‘놀라운 정리(Theorema Egregium)’에 따르면, 지표면과 평면 지도는 서로 다른 곡률 구조를 지녔기 때문에 둘 사이의 왜곡 없는 완벽한 투영법은 존재할 수 없다(Gauss, 1828).¹⁾ 특히 지구상의 모든 대륙이 재현되어야 하는 세계지도에서는 좁은 지역에서의 국소적 동치는 더 이상 의미가 없으며, 투영 원점에서 멀리 떨어진 경우 극심한 왜곡을 보이게 된다(Kessler and Battersby, 2019:56). 이러한 이유로 세계지도 제작 시에는 거리의 정확한 측정보다는 ‘총체적인 왜곡의 최소화’가 주된 달성 목표가 되며(Slocum *et al.*, 2023), 특히 각도(형태)와 면적의 균형이 이뤄내는 ‘그럴듯하게 보이는(orthophanic)’(Robinson, 1974) 정도 혹은 ‘시각적 자연스러움’의 정도가 투영법의 상대적 적합도를 판단하는 가장 중요한 기준이 된다(Canters *et al.*, 2005).

지도 투영의 역사를 통해 수 백 종의 도법이 제안되어 왔지만(Snyder, 1993), 실질적인 유용성을 현재까지 인정받고 있는 투영법은 100종을 넘지 않으며(Snyder and Voxland, 1989), 그 중에서 세계지도 제작에 적절한 투영법으로 인정받고 있는 것은 60~70종 정도이다(Canters and Declair, 1989). 수 세기에 걸쳐 세계지도 제작에 지배적으로 사용되어 온 투영법은 단연 메르카토르 도법일 것이다. 주지하는 바처럼, 메르카토르 도법의 부적합성은

고위도로 갈수록 면적이 지나치게 과장된다는 순수 지도학적 이유에서뿐만 아니라(이상일·손일 역, 2021:27-28), 골-페터스(Gall-Peters) 도법 논쟁(손일·이한방, 2004; 손일 역, 2006)이 보여주는 ‘공간 재현의 정치학’이라는 측면에서도 많은 비판을 받아왔다. 이러한 논란을 거치면서 원통도법 계열의 직사각형 도법은 점차적으로 퇴조하고 주로 유사원통(pseudo-cylindrical) 도법 계열의 타원형 도법이 그 자리를 대신하게 되었다(Canters, 2002; Jenny *et al.*, 2010; 이상일 등, 2012).

타원형 도법들 중 특히 형태와 면적의 균형을 추구하는 절충도법(compromise projection)은 ‘총체적인 왜곡의 최소화’라는 기준에 가장 부합한다는 의미에서 세계지도 제작을 위한 지배적인 투영법으로 자리매김하고 있으며, 로빈슨(Robinson) 도법과 빈켈 트리펠(Winkel Tripel) 도법이 이 범주에서 가장 널리 사용되고 있다. 이 두 도법은 일종의 경쟁 관계에 있는 것으로 이해되고 있으며, 어느 투영법이 총체적인 왜곡의 최소화라는 측면에서 더 우위에 있는가에 대한 논쟁이 지속되어 왔다. 예를 들어 Čapek(2001)은 로빈슨 도법(4위)이 빈켈 트리펠 도법(9위)보다 우위에 있는 것으로 판정하였지만, Canters *et al.* (2005)는 빈켈 트리펠 도법(1위)이 로빈슨 도법(2위)보다 우위에 있는 것으로 판정하였다. 사용자 선호도라는 측면에서도 두 투영법은 엇비슷한 평가를 받고 있는데, 보통 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법에 비해 근소하게 앞서는 것으로 보고되고 있다(이상일 등, 2012; Šavrič *et al.*, 2015).

그런데 이상일 등(2012)의 연구는 두 투영법의 총체적인 왜곡도의 비교 평가라는 측면에서 새로운 문제를 제기한다. 즉, 기존의 평가는 모두 중앙경선(central meridian)을 본초자오선으로 설정한 관행에 기반하고 있는데(Jenny et al., 2008), 이러한 결과가 중앙경선을 달리하여도 유지될 것인가의 여부에 관한 문제제기이다. 보다 구체적으로는 본초자오선 대신 동경 150°를 중앙경선으로 설정한 경우, 두 투영법의 상대적 적절성에 대한 평가가 달라질 수 있는지의 문제이다. 이는 결국 서구권 지도학을 중심으로 이루어져 온 투영법의 상대적 적합도에 대한 평가가 일종의 편견에 기반하고 있는 것은 아닌지에 대한 문제제기로 이어질 수 있다.²⁾ 이상일 등(2012)은 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법으로 제작된 지도들이 유럽이 중심인 경우와 태평양이 중심인 각각의 경우에 서로 다른 왜곡을 보여줄 수 있다는 가능성을 제기했다. 더 나아가 중앙경선을 동경 150°로 설정한 경우가 본초자오선을 중앙경선으로 설정한 경우에 비해 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법에 대해 가지는 투영 적절성이 더 높을 것이라는 주장을 내놓았다.

이러한 주장이 가능한 이유는 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법을 포함한 타원형 도법의 경우 왜곡의 분포가 경도와 위도에 동시에 의존하여 중앙경선으로부터의 상대적 위치에 따라 왜곡의 크기와 양상이 달라지기 때문이다. 메르카토르 도법을 포함하여 정측(normal aspect)³⁾이 적용된 모든 원통, 원추, 평면도법은 이러한 중앙경선의 이슈로부터 자유롭다. 왜냐하면 모든 왜곡이 오로지 위도에 의존하므로 중앙경선의 설정은 지역의 왜곡도에 아무런 영향을 미치지 않기 때문이다(Slocum et al., 2023).⁴⁾ 그런데 왜곡이 위선과 경선에 동시에 의존하는 타원형 도법이라 하더라도 지구 전체의 총량적 왜곡도를 따진다면 중앙경선의 이슈는 사라진다. 중앙경선의 선택은 논리적으로 해당 경선을 동경 0°로 재설정하는 경위도 좌표의 평행이동과 동치이므로, 총체적 왜곡도의 계산은 결국 본초자오선이 중앙경선인 경우로 충분하다. 문제는 지구 전체가 아니라 육지부만을 대상으로 하는 경우에 발생한다. 지구의 불규칙한 수륙 분포와 중앙경선의 선택으로 인한 좌표의 재설정으로 인하여 육지부의 왜곡 총량 혹은 평균에 기여하는 각 지점이 달라지고, 이는 계산의 결과에 영향을 미친다. 육지부만의 왜곡을 비교하는 것이 중요하다는 사실은 이미 오래전부터 인식되어 왔지만(Canters and Declair, 1989; Canters, 2002), 육지부의 왜곡도가 중앙경선의 설정에 따라 얼마나 달라지는지를 본격적으로

다룬 연구는 거의 없다.

따라서 본 논문의 주된 연구 목적은 중앙경선의 변화가 육지부의 평균 왜곡도에 어떠한 영향을 미치는지를 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법에 대한 비교 분석을 통해 실증하는 것이다. 이러한 연구 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구 절차를 따른다. 첫째, 티소의 지시타원(Tissot's indicatrix)(Tissot, 1881)을 사용하여 지도 투영에 의한 각도(형태), 면적, 축척의 국지적 왜곡도를 정의하고 이를 육지부 전체의 평균 왜곡도로 확장한다. 둘째, 평균 왜곡도를 컴퓨터 수치계산에 적합한 형태로 다루기 위하여 육지부를 경위도 격자망으로 분할하고 중앙경선 차원을 추가한다. 셋째, 육지부 각 지점의 지시타원을 계산하는 공식을 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법에 대해 유도한다. 넷째, 앞서 수립한 계획을 종합한 알고리즘을 실행한다. 다섯째, 계산 결과를 바탕으로 두 도법에 대한 비교·분석을 시행한다.

II. 선행 연구 및 연구 방법

1. 선행 연구

투영법의 국지적 왜곡을 제시한 연구는 Tissot(1881)가 선구적이다. 그는 지표면상의 무한소의 반지름을 가진 원이 지도에 투영되면 '지시자'(indicatrice) 역할을 할 타원으로 사상됨을 밝히고, 이 타원의 장·단반경을 통하여 각도, 면적, 축척의 왜곡을 측정하는 방식을 제안하였다(Tissot, 1881:14-22).⁵⁾ 더 나아가 이렇게 하여 도출된 각 지점별 국지적 왜곡에 대한 전역적 최댓값을 투영법의 선정 지표로 삼을 것을 주장하였다(Tissot, 1881:112-113). 투영 왜곡의 최댓값을 최소화하는 기준은 계산이 간편하다는 장점이 있지만, 최댓값은 동일하지만 공간적으로 상이하게 분포하는 왜곡을 고려하지 않았다는 한계가 있다.

왜곡의 공간적 분포를 고려하여 평균적 왜곡을 기준으로 사용한 연구로는 Robinson(1951)이 있다. 여기서 그는 티소의 국지적 투영 왜곡에 관한 이론을 토대로 육지부의 각도 및 면적 왜곡도의 분포와 그 평균값을 투영법 선정의 기준으로 삼을 것을 제안하였다. Robinson(1951)의 연구는 밀러 도법, 구드 호몰로사인(Goode's Homolosine) 도법, 아이토프(Aitoff) 도법의 세 투영법을 연구 대상으로 하였다. 로빈슨의 연구를 보다 정교화 및 확장한 것이

CanTERS와 Declair(1989)의 연구이다. 해당 연구는 전 지구적 스케일에서 각도, 면적, 축척의 왜곡을 정량화한 공식을 제안하고, 이를 이용하여 세계지도 제작에 사용될 수 있는 68가지 투영법의 왜곡 범주별 평균 왜곡도를 계산하였다. 이 계산에는 대륙 분포의 확인이라는 세계지도의 주된 이용 목적(Robinson, 1951)이 반영되어 지도상의 모든 지점에 대한 평균 왜곡도와 육지부만을 고려한 평균 왜곡도가 구분되어 제시되어 있다.

각도, 면적, 축척에 대한 개별적인 평균 왜곡도가 아니라 투영의 여러 요소를 통합한 복합 지표를 제안한 연구도 있었다. Čapek(2001)는 지점별 각도 왜곡도와 면적 왜곡도를 통합적으로 고려하여 전역적 왜곡 수준을 정량화하는 지표 Q를 고안하였다. Q는 각도 왜곡이 40° 이하이고 면적 왜곡이 최소 면적 왜곡도의 1.5배를 넘지 않는 조건을 동시에 만족하는 공간적 범위를 도출하고, 해당 범위가 지구 전체 면적에서 차지하는 비율로 계산된다. 이 지표를 100개의 투영법에 적용해 순위를 매겼는데, 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법은 각각 4위와 9위를 차지했다. CanTERS et al.(2005)는 형태 및 면적 왜곡을 동시에 고려하는 총량적 왜곡 평가 방법을 제안하였는데, 두 왜곡 요소를 개별적으로 계산한 후 이를 표준화하고, 표준화된 지표들을 결합하여 전체 왜곡 수준을 산정하는 방식을 취했다. 13개 투영법을 대상으로 한 평가에서 빈켈 트리펠 도법이 1위, 로빈슨 도법이 2위를 차지했다. Goldberg와 Gott(2007)는 기존의 지표들 외에 굴도(flexion)과 왜도(skewness)를 첨가하여 총 6가지 왜곡도 지표를 동시에 고려하는 총체적인 왜곡도를 산출하였다. 로빈슨 도법은 고려대상이 아니었으며, 빈켈 트리펠 도법이 1위를 차지했다.

본 연구는 기본적으로 CanTERS와 Declair(1989)에 기반한다. 티소의 지시타원 파라미터를 활용한 왜곡도 측정 방식이 가장 보편적일 뿐만 아니라, 해당 저서에 지구 전체 및 육지부에 대한 왜곡도 산출값이 제시되어 있어 본 연구 결과와의 비교를 위한 준거 방법론으로 활용될 수 있기 때문이다. 해당 연구는 육지부만 고려할 경우 면적 왜곡은 유사하지만 각도와 축척은 빈켈 트리펠 도법이 로빈슨 도법보다 다소 우수한 것으로 평가하고 있다. 그런데, 해당 연구는 중앙경선을 본초자오선에 고정하는 자연스러운 ‘관행’에 기반하고 있으며, 중앙경선의 변동이 육지부 왜곡도에 어떤 영향을 미칠 것인지에 대한 고려는 전혀 하고 있지 않다. 본 연구는 CanTERS와 Declair(1989)의 연구 방법을 확장하여 중앙경선의 변화에 따른 육지부 평균

왜곡도 변화를 측정하는 보다 일반화된 왜곡도 측정 방법을 제안하고자 한다.

2. 연구 방법

연구 방법은 크게 왜곡 지표의 정량화, 수치적분 구획 생성, 지시타원의 계산, 알고리즘 실행의 네 부분으로 나뉘어 진다.

1) 왜곡 지표의 정량화

CanTERS와 Declair(1989:42)는 지시타원의 개념을 사용하여 왜곡 범주별 평균 투영 왜곡도를 제안하였다.⁶⁾ 지시타원은 지표면상 임의의 지점에 무한소의 반지름을 가진 원이 지도로 투영되었을 때 왜곡되어 발생하는 타원을 말한다. 지시타원의 장·단반경에는 투영법의 왜곡에 대한 정보가 담겨 있다. 지표면의 한 지점에 대하여 각 방향으로의 축척 왜곡을 고려한다면 최대·최소의 왜곡이 발생하는 방향은 서로 수직이다. 두 수직 방향은 지시타원의 장·단반경에 해당하며, 각 반경은 해당 방향의 왜곡률을 의미한다. 지시타원의 장·단반경을 각각 a, b 라 하면, 투영 왜곡 범주 중 중요한 범주인 최대 각도 왜곡도 2Ω 와 면적 왜곡도 e_{ar} , 축척 왜곡도 e_{a2} 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$2\Omega = 2\arcsin\left(\frac{a-b}{a+b}\right) \quad (1)$$

$$e_{ar} = (ab - 1)^2 \quad (2)$$

$$e_{a2} = (a - 1)^2 + (b - 1)^2 \quad (3)$$

위 지표들은 특정 지점 근방의 왜곡을 측정하는 국소적 왜곡 지표들이다. 국소적 왜곡도 e 가 정의되고 지역 R 이 주어지면 이 지역에서 평균 왜곡도를 다음과 같은 이중 적분으로 계산할 수 있다.

$$\frac{1}{\text{Area}(R)} \iint_R e \cos\phi d\lambda d\phi \quad (4)$$

여기서 λ 는 경도, ϕ 는 위도를 의미한다.

식 (4)로부터 평균 축척 왜곡도 E_{ab} , 평균 면적 왜곡도 E_{ar} , 평균 형태 왜곡도 E_{a2} 를 이차항의 형식으로 정의할 수 있는데, 현실적인 평균 투영 왜곡도 산출에는 이차항 대신 선형항과 역수를 취한 다음의 수정된 정의가 적절하다.

$$E_{ab} = \frac{1}{\text{Area}(R)} \iint_R \left[\frac{p(a)+p(b)}{2} \right] \cos\phi d\phi d\lambda \quad (5)$$

$$E_{ar} = \frac{1}{\text{Area}(R)} \iint_R [p(ab) - 1] \cos\phi d\phi d\lambda \quad (6)$$

$$E_{an} = \frac{1}{\text{Area}(R)} \iint_R 2\arcsin\left(\frac{a-b}{a+b}\right) \cos\phi d\phi d\lambda \quad (7)$$

여기서 함수 $p()$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$p(x) = \begin{cases} x^{-1} & (x < 1) \\ x & (x \geq 1) \end{cases} \quad (8)$$

2) 수치적분 구획 생성

식 (5)~(7)과 같이 적분식으로 표현된 평균 투영 왜곡 산출식은 연속체상의 모든 지점에서 수행되어야 하는 것으로, 실질적인 수치계산에서는 이를 이산화하는 작업이 필요하다. 이는 적분 영역을 일정한 경위도 격자망 구획으로 분할하고, 각 구획의 중심점에서 계산한 왜곡 요소에 대한 평균값을 구하는 것으로 실현된다. 평균 왜곡도를 구하고자 하는 지역 R 이 주어졌다고 하자. 지구 전체가 n 개의 격자망 구획 R_1, \dots, R_n 으로 분할되었고, i 번째 구획의 대표 경위도 좌표 (λ_i, ϕ_i) , 구획의 경도 및 위도차 $(\Delta\lambda_i, \Delta\phi_i)$, 국지적 왜곡도 e_i 가 주어졌을 때, 수치 적분을 통한 R 지역의 평균 왜곡도는 다음과 같이 주어진다 (Canters and Declair, 1989).

$$\frac{1}{\text{Area}(R)} \sum_{i=1}^n e_i P_i \cos\phi_i \Delta\lambda_i \Delta\phi_i \quad (9)$$

여기서 계수 P_i 는 i 번째 구획을 R 의 지점으로 간주할 수 있으면 1, 그렇지 않으면 0으로 정의되는 일종의 지시 함수(characteristic function)이다.⁷⁾

본 연구에서는 수치적분을 위해 Canters와 Declair (1989:43)를 따라 2.5° 간격의 경위도 격자망을 상정한다. 즉 모든 구획에서 $\Delta\lambda_i \Delta\phi_i$ 의 값은 항등적으로 $(2.5^\circ)^2 = \left(2.5 \times \frac{\pi}{180}\right)^2 \approx 0.0019$ 이다. 투영 왜곡을 계산할 중앙경선 역시 서경 180°에서 동경 177.5°까지 2.5°의 간격으로 조절하여 총 144개의 중앙경선을 선택하였다.⁸⁾ 그런데 식 (9)를 본래 정의 그대로 프로그램으로 구현하면 R 과 무관하여 평균 왜곡도 계산에 전혀 기여하지 않는 격자구획을 형식적으로 상정하여야 한다는 점에서 계산 자원의 심각한 낭비가 발생한다.⁹⁾ 2.5° 간격의 전지구적 경위도 격자망은 총 $360^\circ/2.5^\circ \times 180^\circ/2.5^\circ = 10,368$ 개의 구획으로 구성되며, 각 구획의 투영 좌표를 144개의 중앙경선마다 계산하므로, 컴퓨터 메모리상에 구현되어야 하는 구획은 총 1,432,624개이다. 뿐만 아니라 각 구획이 대상 지역과 교차하는지 판별하기 위해 계산 부하가 큰 공간 연산이 소요되므로 계산에 소요되는 시간이 기하급수적으로 증가하게 된다.

본 연구에서는 수치적분을 수행하기 위한 전처리로서 격자망 구획 데이터를 최적화하였다. 이는 다음의 두 단계로 진행된다. 첫째, 먼저 전역적인 경위도망을 생성한 후, 육지부와 교차하는 구획을 선택하여 그 경위도 중점

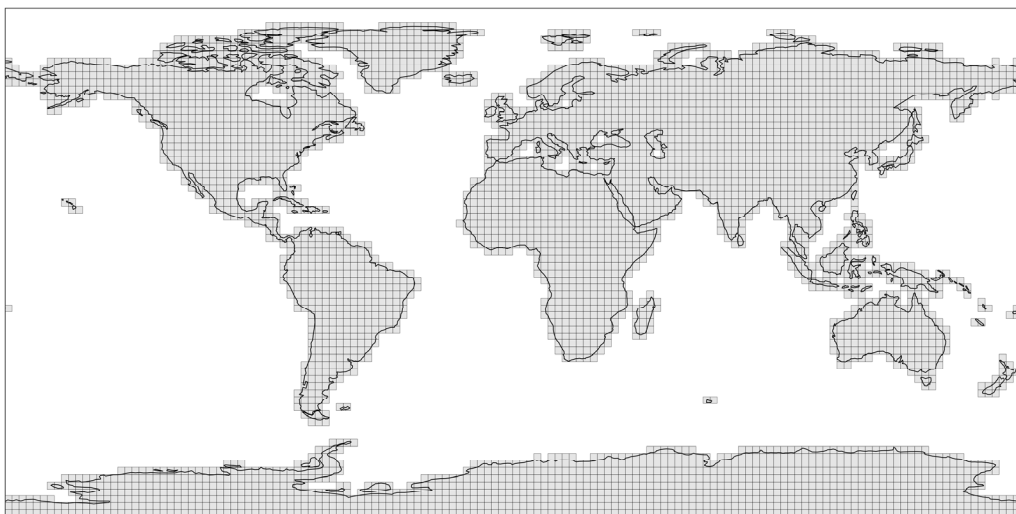


그림 1. 육지부 폴리곤 위에 중첩된 경위도 격자망

좌표를 추출한다(그림 1). 육지부만의 구획 수는 4,356개이며(남극 제외시 3,259개), 각 구획에 144개의 중앙경선을 적용하면 627,264개(남극 제외시 469,296개)의 크기를 지닌 3차원 격자망이 생성된다. 육지부의 공간 정보는 자유이용 가능한 전지구적 지리 정보 데이터셋인 내추럴 어스 데이터(Natural Earth Data)의 폴리곤 피처를 사용하였다(Kelso and Patterson, 2010).¹⁰⁾ 본 연구에서 상정하는 2.5° 경위도 격자망의 한 변의 길이는 적도상에서 약 277.5km에 달하는데, 내추럴 어스 데이터는 보다 고해상도인 대안적 전지구적 지리 정보 데이터셋에 비해 본 연구의 공간 단위 규모에 적절한 정도로 일반화되어 있다는 장점이 있다(조대현 등, 2012).

둘째, 투영법의 중앙경선의 경도를 λ_0 으로 설정하는 것을 직전 단계에서 추출한 각 구획의 좌표 (λ_i, ϕ_i) 가 새로운 좌표 $(\lambda_i - \lambda_0, \phi_i)$ 로 변환되는 것으로 이해한다. 이로써 중앙경선의 차원이 추가된 3차원 격자망이 형성된다. 그러나 프로그램 내부적으로는 3차원 격자망을 컴퓨터 메모리상의 일정 위치에 일렬로 나열된 1차원 배열(array)로 취급하는데, 이로써 배열 연산에 최적화된 수치계산 모듈을 활용할 수 있다(Harris et al., 2020).¹¹⁾ 배열에 저장된 데이터는 규칙적인 길이를 지니므로, 계산 시 필요하다면 배열의 본래 차원을 쉽게 복구할 수 있다.

3) 지시타원의 계산

위에서 제시한 지시타원의 정의를 수치적 방법에 그대로 활용하는 경우 ‘무한소의 반지름을 가진 지표상의 원’을 이산화하는 작업이 필요하다. 이를 실제로 구현한 방법 중 하나인 Wirth와 Kun(2015)은 다음과 같은 단계로 지시타원의 장·단반경을 계산한다. 첫째, 지표면상한 지점 O 를 중심으로 일정한 반지름 r 을 지닌 원호상에 위치한 지점 P_i 들의 좌표를 원하는 해상도에 필요한 개수만큼 계산한다. 둘째, O 와 P_i 를 지도에 투영하여 지도상의 지점 O' 와 P_i' 의 직교좌표를 계산한다. 셋째, $\overline{OP_i}$ 의 최대·최소값을 r 로 나눈 값을 지시타원의 장·단반경으로 삼는다. 이 방법은 첫 단계에서 측지선(geodesics) 계산을, 두 번째 단계에서 투영 좌표 계산을, 세 번째 단계에서 정렬 연산을 차례로 수행하며, 이중 앞의 두 단계의 계산 부하가 매우 크기 때문에 본 연구와 같은 대규모 수치계산에서 알고리즘 실행에 많은 시간이 소요된다.

계산 부하를 극복하기 위해서 무한소를 수치적으로 근사하는 것이 아니라 수학적 방법으로 무한소 그 자체를

다루어야 하며, 지표면과 같은 곡면의 미시적인 기하 구조를 다루는 미분기하학(differential geometry)으로 이에 접근하는 것이 자연스럽다(Benítez and Thome, 2004; Vaníček and Krakiwsky, 2015; Ghaderpour, 2016). 이에 따라 본 소절에서는 미분기하학의 여러 도구들을 이용하여 지시타원의 장·단반경을 경위도좌표로부터 직접 계산하는 공식을 유도한다.¹²⁾

지시타원의 정의에서 사용된 무한소의 개념은 지표면 상한 지점 근방의 국지적 기하정보를 저장하는 접평면(tangent space)을 통하여 이해할 수 있다. 이로서 ‘지표면상의 무한소의 원’은 접평면상의 원으로 간주할 수 있으며, ‘투영법에 의해 사상된 타원’은 투영법의 편미분들로부터 유도된 국소적 선형사상(linear mapping)인 미분(differential)에 의한 상(image)에 해당한다. 이제 논의의 단순화를 위하여 지표면이 반지름이 1인 완벽한 구라고 간주하자. 경위도 좌표 (λ, ϕ) 에 의한 지표면의 매개화는 $\sigma(\lambda, \phi) := (\cos \lambda \cos \phi, \sin \lambda \cos \phi, \sin \phi)$ 임이 잘 알려져 있다. 이 지점상에서 경·위도 방향(혹은 위선·경선 방향) 접벡터(tangent vector) $\hat{\lambda}, \hat{\phi}$ 는 매개화의 경위도 편미분으로,

$$\hat{\lambda} = \sigma_{\lambda} = (-\sin \lambda \cos \phi, \cos \lambda \cos \phi, 0) \quad (10)$$

$$\hat{\phi} = \sigma_{\phi} = (-\cos \lambda \sin \phi, -\sin \lambda \sin \phi, \cos \phi) \quad (11)$$

이다.

식 (10)과 (11)로부터 접평면상에서 반지름이 1인 원의 방정식을 유도하면 다음과 같다.¹³⁾

$$\frac{d\lambda^2}{\cos^2 \phi} + d\phi^2 = 1 \quad (12)$$

이 원이 투영법에 의해 사상된 타원의 방정식을 구하기 위해 개별 투영법의 좌표 변환 공식 $P(\lambda, \phi) = (x(\lambda, \phi), y(\lambda, \phi))$ 을 이용한다. 이 투영법 공식의 미분은 접평면의 두 기저(basis) $\hat{\lambda}, \hat{\phi}$ 를 지도상의 접벡터로 사상하고, 사상을 위한 변환 행렬을 통하여 사상된 타원의 수식을 다음과 같이 유도할 수 있다.¹⁴⁾ 그리고 이 수식을 티소의 지시타원을 정의하는 방정식으로 간주할 수 있다.

$$E dx^2 + F dx dy + G dy^2 = 1 \quad (13)$$

스펙트럼 정리(spectral theorem)에 근거한 대각화(diagonalization)를 실시하면,¹⁵⁾ 식 (13)은

$$\frac{dx'^2}{e_1} + \frac{dy'^2}{e_2} = 1 \quad (14)$$

의 꼴로 변형되는데, 이는 지시타원의 장·단반경이 $1/\sqrt{e_1}$, $1/\sqrt{e_2}$ 임을 의미한다. 여기서 두 고유값 e_1 과 e_2 의 해를 구하면, 지시타원의 장·단반경 a , b 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$a = \frac{J\sqrt{2}}{\sqrt{T-\sqrt{\Delta}}}, \quad b = \frac{J\sqrt{2}}{\sqrt{T+\sqrt{\Delta}}} \quad (15)$$

여기서 $J = |x_\lambda y_\phi - x_\phi y_\lambda|$, $T = x_\lambda^2 + y_\lambda^2 + (x_\phi^2 + y_\phi^2)\cos^2\phi$, $\Delta = T^2 - 4J^2\cos^2\phi$ 이다. 결국 투영법 공식의 경위도 편미분으로부터 지시타원, 따라서 국지적 투영 왜곡도를 직접 계산할 수 있는 것이다.

마지막으로 본 연구에서 다루는 두 투영법의 경위도 편미분 공식을 도출한다. 먼저 빈켈 트리펠 도법은 적도상의 정거방위도법을 수정한 아이토프(Aitoff) 도법과 표준위선이 $\phi_0 = \frac{2}{\pi} \approx 50.5^\circ$ 인 정거원통 도법의 산술평균으로 정의되며, 그 공식은 아래와 같다.

$$x = \frac{1}{2} \left[\lambda \cos \phi_0 + \frac{2 \arccos\left(\cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi\right) \sin \frac{\lambda}{2} \cos \phi}{\sqrt{1 - \left(\cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi\right)^2}} \right], \quad (16)$$

$$y = \frac{1}{2} \left[\phi + \frac{\arccos\left(\cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi\right) \sin \phi}{\sqrt{1 - \left(\cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi\right)^2}} \right]. \quad (17)$$

빈켈 트리펠 도법의 편미분은 Ipbuker(2002)가 그 공식을 제시한 바 있다. 위 공식에서 $C = 1 - \left(\cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi\right)^2$, $D = \arccos\left(\cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi\right)$ 라 두면, 각 편미분은

$$x_\lambda = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2 \frac{\lambda}{2} \cos^2 \phi}{C} + \frac{D}{C^{3/2}} \cos \frac{\lambda}{2} \cos \phi \sin^2 \phi + \cos \phi_0 \right], \quad (18)$$

$$x_\phi = \frac{\sin \lambda \sin^2 \phi}{4C} - \frac{D}{C^{3/2}} \sin \frac{\lambda}{2} \sin \phi, \quad (19)$$

$$y_\lambda = \frac{1}{8} \left[\frac{\sin \frac{\lambda}{2} \sin^2 \phi}{C} - \frac{D}{C^{3/2}} \sin \lambda \cos^2 \phi \sin \phi \right], \quad (20)$$

$$y_\phi = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos \frac{\lambda}{2} \sin^2 \phi}{C} - \frac{D}{C^{3/2}} \sin^2 \frac{\lambda}{2} \cos \phi + 1 \right] \quad (21)$$

로 주어진다.

한편 로빈슨 도법은 수학적 정의로부터 유도된 것이 아니라, 투영법 개발자 아서 로빈슨(Arthur Robinson) 본인이 몇 가지 제한 조건으로부터 시작하여 지도가 주는 시각적 만족감이 극대화될 때까지 직접 그래티큘을 조작하여 도출된 투영법이기 때문에 경위도 좌표로 표현된 투영 공식이 존재하지 않는다(Canters et al., 2005; 이상일 등, 2012). 그러나 로빈슨의 결과로부터 이 도법에 대한 근사적인 공식을 얻을 수 있는데, Canters와 Declair(1989:143)는 5차 다항식 근사로 로빈슨 도법의 투영 왜곡도를 계산한 바 있다. 여기서 로빈슨 도법의 근사적 공식은 $x = \lambda(A_0 + A_2\phi^2 + A_4\phi^4)$, $y = A_1\phi + A_3\phi^3 + A_5\phi^5$ 로 주어지며, 근사식에서 등장하는 6개의 계수 A_0, \dots, A_5 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_0 &= 0.8507, & A_1 &= 0.9642, & A_2 &= -0.1450 \\ A_3 &= -0.0013, & A_4 &= -0.0104, & A_5 &= -0.0129 \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 그 편미분은 각각

$$\begin{aligned} x_\lambda &= A_0 + A_2\phi^2 + A_4\phi^4, & x_\phi &= \lambda(2A_2\phi + 4A_4\phi^3), \\ y_\lambda &= 0, & y_\phi &= A_1 + 3A_3\phi^2 + 5A_5\phi^4 \end{aligned} \quad (23)$$

임을 알 수 있다.

4) 알고리즘 실행

이상의 논의를 종합하여 본 연구를 위해 작성한 투영 왜곡도 계산 알고리즘은 다음과 같은 순서로 실행된다. 첫째, 전처리한 구획별 경위도 좌표 및 중앙경선을 배열 형태로 메모리상에 로드한다. 둘째, 각 3차원 구획마다 식 (18)~(21)(빈켈 트리펠 도법)과 식 (23)(로빈슨 도법)의 편미분을 계산한 후, 식 (15)로 지시타원을 계산한다. 셋

째, 지시타원의 장·단 반경으로 식 (9)로 수치적분화한 범주별 투영 왜곡도 식 (5)~(7)을 계산한다. 이때 수치적분의 합 표현을 중앙경선별로 계산하기 위해 배열의 차원을 적절한 형태로 재해석한다.

III. 연구 결과

1. 왜곡도의 기술 통계량 비교

본 연구 결과 도출된 왜곡도 수치와 선행 연구 결과와의 비교 검토를 수행했으며, 높은 일치도 결과를 얻었기 때문에 본 연구에서 제시된 방법론의 타당성이 입증된 것으로 본다.¹⁶⁾ 표 1은 알고리즘 실행 결과 산출된 두 투영법의 중앙경선별 각도, 면적, 축척 왜곡의 최솟값, 최댓값, 평균, 표준편차 통계를 나타낸다. 최솟값과 최댓값은 해당 값이 발생한 중앙경선의 경도를 함께 제시하였다. 평균과 표준편차는 144개의 중앙경선별로 계산된 왜곡도의 평균과 표준편차를 의미한다.

각도 왜곡의 경우, 두 투영법 모두 동경 30~40°에서 최솟값을, 서경 135~150°에서 최댓값을 나타냈다. 최솟값에서는 빈켈 트리펠 도법이 낮은 값을 보였지만, 최댓값과 평균에서는 모두 로빈슨 도법이 낮은 값을 보였다. 평균적으로 봤을 때 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법보다 0.52° 낮은 각도 왜곡도를 보이는 것으로 드러났다. 각도 왜곡의 표준편차도 로빈슨 도법이 훨씬 낮아 중앙경선의

변동이 각도 왜곡에 미치는 영향은 빈켈 트리펠 도법에서 훨씬 더 큰 것으로 해석된다.¹⁷⁾

면적 왜곡의 경우, 로빈슨 도법은 중앙경선 선택과 관계없이 상수 값을 취한다. 이는 로빈슨 도법이 경도에 관계없이 동일 위도 상에서 모든 지점의 면적 왜곡도가 동일하게 디자인되었기 때문이다(Robinson, 1974). 빈켈 트리펠 도법의 경우 서경 125~152.5°에서 최솟값을 동경 20~25°에서 최댓값을 보인다. 빈켈 트리펠 도법이 모든 기준(최솟값, 최댓값, 평균)에서 로빈슨 도법보다 면적 왜곡이 낮게 나타난다. 각도 왜곡에 비해 표준편차가 매우 낮은 것을 확인할 수 있다.¹⁸⁾

축척 왜곡의 경우, 두 투영법 모두 동경 27.5~37.5°에서 최솟값을, 서경 120~145°에서 최댓값을 나타낸다. 이러한 경향은 각도 왜곡과 유사한 패턴을 보인다. 전체적으로 빈켈 트리펠 도법이 로빈슨 도법 보다 낮은 축척 왜곡도를 보인다.¹⁹⁾ 축척 왜곡의 표준편차는 로빈슨 도법이 훨씬 낮은데, 중앙경선의 변동이 축척 왜곡에 미치는 영향은 빈켈 트리펠 도법에서 훨씬 더 큰 것으로 해석된다.²⁰⁾

2. 중앙경선에 따른 투영 왜곡도 변동

본 절에서는 앞의 절에서 얻은 알고리즘 실행 결과 산출된 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법의 중앙경선별 각도와 면적의 투영 왜곡도에 대한 시각화 및 분석을 시행한다. 축척의 경우는 기본적으로 각도 왜곡과 유사한 패턴을 보이기 때문에 분석에서는 배제하였다. 그림 2는 중앙경선

표 1. 왜곡 범주별 기술 통계량 비교

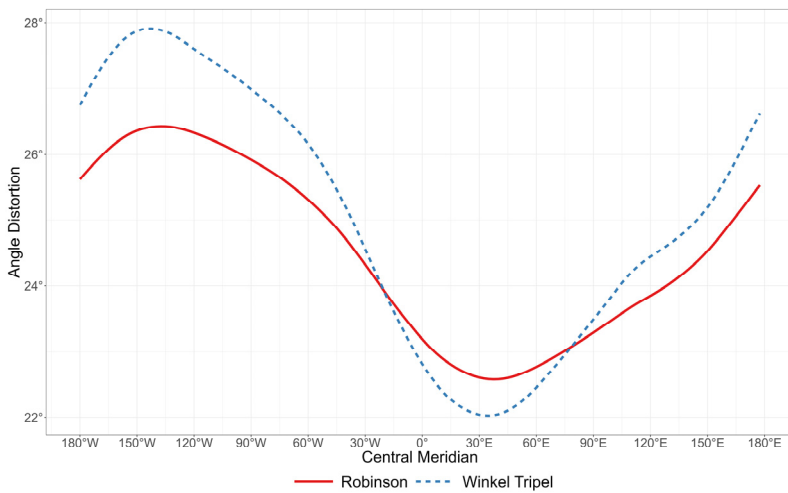
왜곡 범주	기술 통계량	투영법	
		로빈슨 도법	빈켈 트리펠 도법
각도	최솟값	22.5758°(37.5°E)	22.0245°(35°E)
	최댓값	26.4235°(137.5°W)	27.9089°(142.5°W)
	평균	24.5073°	25.0317°
	표준편차	1.3256°	1.9702°
면적	최솟값	0.2511(상수)	0.2076(127.5°W)
	최댓값	0.2511(상수)	0.2447(22.5°E)
	평균	0.2511	0.2242
	표준편차	0	0.0128
축척	최솟값	0.2958(35°E)	0.2524(32.5°E)
	최댓값	0.3330(122.5°W)	0.3164(140.5°W)
	평균	0.3143	0.2855
	표준편차	0.0130	0.0214

의 선택에 따른 각도와 면적 왜곡의 분포를 시각화한 그래프이다. 각 그래프에서 가로축은 중앙경선, 세로축은 해당 경선에서 계산된 투영 왜곡도의 차원이다.

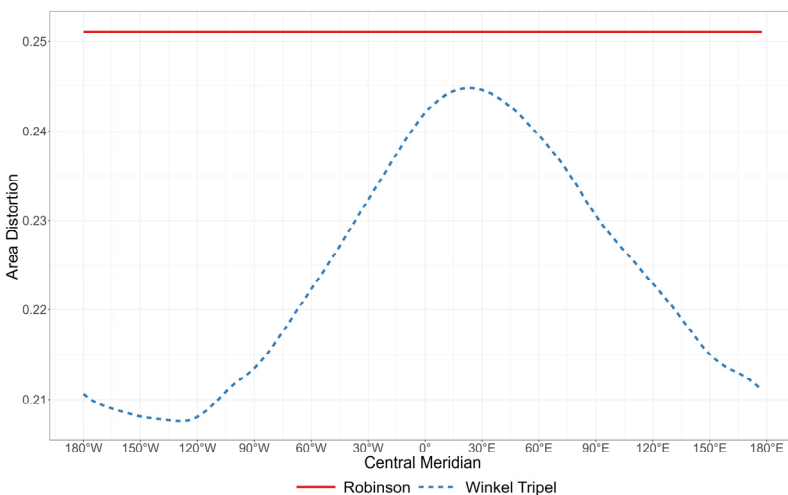
그림 2(a)는 각도 왜곡의 중앙경선별 분포를 보여준다. 두 투영법 모두 각도 왜곡의 최솟값은 동경 30°부근, 최댓값은 서경 130°부근에서 발생한다. 이는 기본적으로 수륙 분포의 공간적 이질성을 반영하는 것으로 해석할 수 있다. 즉, 중앙경선을 동경 30° 부근으로 지정하면 높은 각도 왜곡을 보이는 영역에 놓이는 육지부가 최소화되는 것이다. 이것은 뒤에서 자세히 다룬다. 보다 중요한 사항은 서

경 20°에서 동경 77.5°(97.5° 간격, 27%)사이²¹⁾를 제외한 모든 중앙경선에서 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법보다 낮은 각도 왜곡도를 보인다는 점이다. 중앙경선을 본초자오선으로 설정하는 관성에 기반한 기존 연구가 각도 왜곡에서 빈켈 트리펠 도법이 더 우수하다는 결론을 내려온 이유가 여기에 있는 것이다. 그러나 그림 2(a)는 73%의 영역에서 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법에 비해 각도 왜곡에서 우위에 있음을 보여주고 있다.²²⁾

그림 2(b)는 면적 왜곡의 중앙경선별 분포를 보여준다. 표 1에 나타나 있는 것처럼, 로빈슨 도법의 경우 중앙경선



(a) 각도



(b) 면적

그림 2 중앙경선별 왜곡 분포

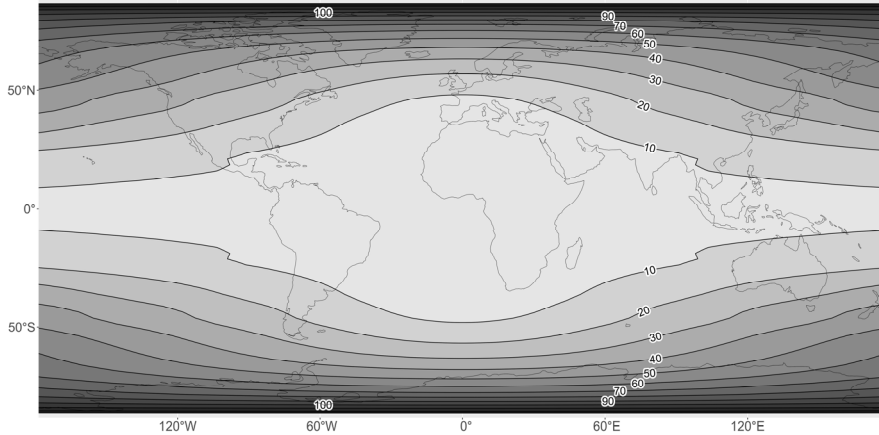
은 평균 면적 왜곡에 아무런 영향을 끼치지 않는다. 모든 중앙경선에서 빈켈 트리펠 도법이 로빈슨 도법에 비해 낮은 왜곡도를 보여준다. 빈켈 트리펠 도법의 경우 각도 왜곡과 반대로 동경 30° 부근에서 최댓값을 서경 130° 부근에서 최솟값을 나타낸다. 이는 빈켈 트리펠 도법의 경우 각도 왜곡도와 면적 왜곡도 사이에서 음의 공간적 관련성이 있다는 점을 함축한다. 즉 각도 왜곡이 낮으면 면적 왜곡은 높아지는 것이다.

그림 2에서 확인할 수 있는 왜곡 지표들의 경선별 분포 양상은 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 각도의 왜곡에 대하여 두 도법은 서로 유사한 분포를 보인다. 두 도법 모두 각도 왜곡의 최솟값이 동경 30° 부근에서, 최댓값이 서경 130° 부근에서 발생한다. 그렇지만 서경 20°에서 동경

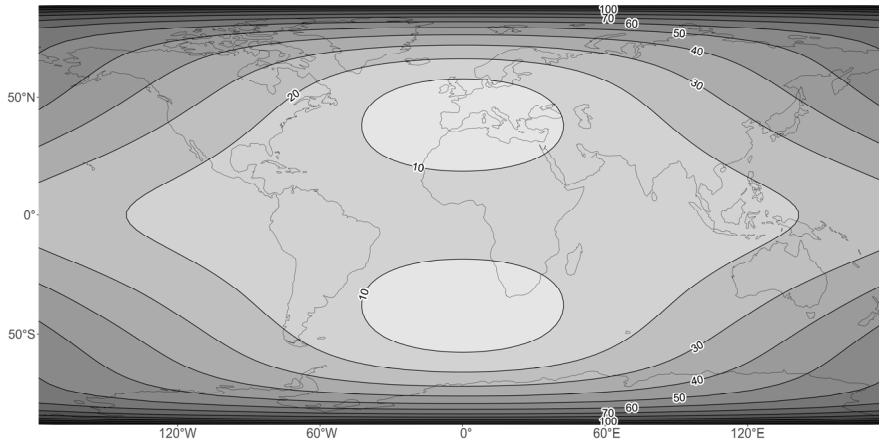
77.5°에 이르는 좁은 구역을 제외한 모든 중앙경선에서 로빈슨 도법이 우수하다. 둘째, 면적의 왜곡에 대하여 두 도법은 서로 상이한 분포를 보인다. 로빈슨 도법은 중앙경선에 대해 불변인 반면, 빈켈 트리펠 도법은 각도 왜곡의 경선 분포 양상과 정반대의 경향을 보인다.

3. 투영 왜곡의 공간적 분포와 중앙경선에 따른 수륙 분포의 재배치

위의 절에서 명확히 드러난 것은 중앙경선에 따라 평균 투영 왜곡도가 달라진다는 것이다. 이것은 각 투영법의 고유한 특성을 보여주는 왜곡의 공간적 분포와 중앙경선의 설정에 따른 수륙 분포의 변화가 결합해 나타난 것이다.



(a) 로빈슨 도법



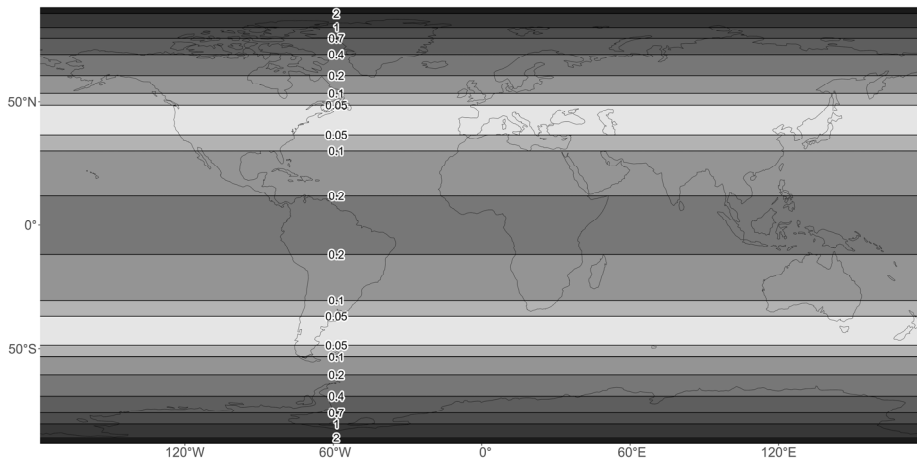
(b) 빈켈 트리펠 도법

그림 3. 국지적 각도 왜곡의 공간적 분포

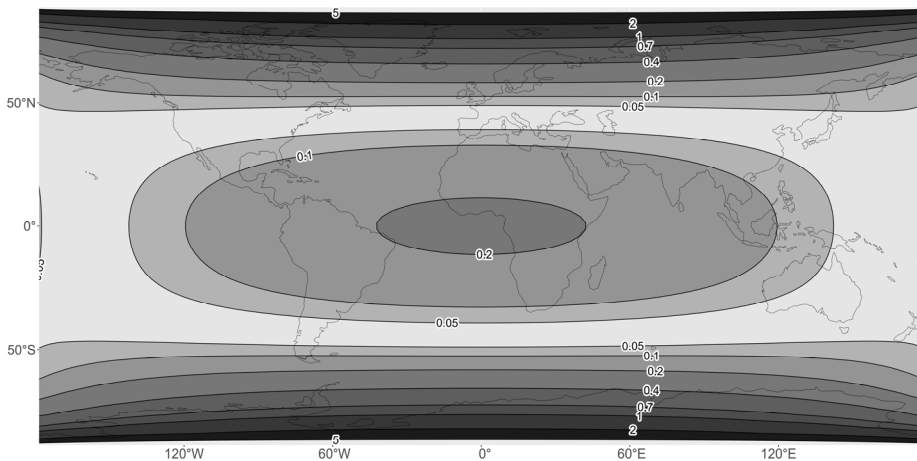
로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법 같은 타원형 도법은 왜곡이 위도와 경도에 동시에 의존하고, 지시타원의 파라미터에 그대로 반영된다. 왜곡 범주별 왜곡도의 공간적 분포를 지도화하면 각 투영법의 특성을 시각화하여 비교할 수 있다(Canters and Declair, 1989; Kessler and Battersby, 2019). 그림 3~4는 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법의 각도와 면적의 국지적 왜곡도를 보여주는 지도이다. 2.5°간격의 경위도 격자망의 각 구획마다 그 중심점에서 계산한 국지적 투영 왜곡도의 수치를 할당하여 얻어진 래스터 데이터를 명암과 등고선으로 시각화한 것이다. 명암은 단계 구분된 왜곡도의 상대값을 표현하며, 어두울수록 높은 값을 지닌다.²³⁾ 시각적으로 용이한 비교를 위하여 각 지도는

경위도 좌표의 수치를 그대로 직교 좌표로 택한 정거원통도법으로 제작되었다.

그림 3을 보면 각도의 국지적 왜곡도가 두 투영법 모두 중앙경선과 적도에서 멀어질수록 증가하는 경향을 보인다. 즉, 동일한 위도에서는 중앙경선에서 멀어질수록, 동일한 경도에서는 위도가 높아질수록 대체적으로 왜곡이 증가한다. 결국 동서방향의 말단부의 고위도로 갈수록 왜곡이 극단적으로 증가하는 패턴을 보이고 있다. 그런데, 적도에서 먼 남북방향의 말단부에서는 빈켈 트리펠 도법이 로빈슨 도법에 비해 왜곡도가 낮은 반면, 중앙경선에서 먼 동서방향의 말단부에서는 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법에 비해 왜곡도가 낮은 경향을 보인다.



(a) 로빈슨 도법



(b) 빈켈 트리펠 도법

그림 4. 국지적 면적 왜곡의 공간적 분포

그림 4에는 면적의 국지적 왜곡도가 나타나 있는데 각도 왜곡도와는 상이한 공간적 분포를 보인다. 로빈슨 도법은 중앙경선의 설정과 무관하게 오로지 위도에 의해 면적 왜곡도가 결정된다. 대략 남북위 45°에서 면적 왜곡이 가장 작으며 적도와 극으로 갈수록 증가한다. 이에 비해 빈켈 트리펠 도법은 훨씬 더 복잡한 양상을 보인다. 고위도에서는 남·북극점으로 갈수록, 중저위도에서는 본초 자오선과 적도에서 가까워질수록 왜곡이 증가한다. 중앙경선 상에서는 대략 남북위 45°에서 최소 면적 왜곡이 나타나며 극으로 갈수록 증대하고 적도로 갈수록 감소한다. 특히 중저위도만 보자면 중앙경선에서 멀어질수록 왜곡도가 낮아져 거의 최말단부에서 최소 왜곡이 나타난다는 점에 주목할 필요가 있다. 이는 중앙경선에서 멀어질수록 대체적으로 왜곡도가 증가하는 각도 왜곡과는 정반대의 경향을 보이는 것이다.

중앙경선이 달라지면 수륙 분포가 어떻게 달라지는지에 대해 살펴볼 필요가 있다. 중앙경선의 변화는 지표상 지점의 경도를 재부여하는 것과 동치이다. 이는 지도상에서 경도 방향으로 대륙이 이동하는 것으로 실현된다. 경도 변화에 의해 대륙의 각 지점이 서로 다른 왜곡을 지니는 지점으로 이동되고 따라서 육지부 전체의 평균적인 투영 왜곡도 역시 달라지게 된다. 만약 특정한 중앙경선에

서 전반적으로 높은 왜곡을 지니는 위치에 육지부가 분포하게 되면 평균 투영 왜곡도가 높아지고, 그 반대의 경우는 낮아진다. 두 도법에서 각도 왜곡도의 극값을 보여준 중앙경선의 근방인 동경 30°와 서경 130°를 중심으로 상대 경도를 재정의하였을 때의 대륙의 분포가 그림 5에 나타나 있다(비교를 위해 본초자오선과 동경 150°인 경우도 함께 나타내었다).

그림 5(b)에 나타나 있는 동경 30°의 중앙경선에서는 육지부가 지도 중앙에 주로 분포하고, 그림 5(d)에 나타나 있는 서경 130°일 때에는 지도 동서 외곽에 분포함을 알 수 있다. 즉, 중앙경선이 동경 30° 부근에 놓일 경우 왜곡이 가장 큰 동서말단부의 중고위도 지역에 육지부가 상대적으로 가장 적은 비중으로 위치하게 되고, 서경 130°부근에서 그 반대가 되는 것이다. 이러한 중앙경선에 따른 수륙 분포의 비동질성을 그림 3~4에 나타나 있는 왜곡의 공간적 분포와 결합하면, 지금까지의 분석 결과에 대한 적절한 해석을 제시할 수 있다. 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법 모두 중앙경선에서 멀어지면 고위도로 갈수록 각도 왜곡이 증가하는 경향을 보이기 때문에 동서방향의 말단부에 육지부가 상대적으로 적게 위치한 동경 30° 부근에서 왜곡이 최소화되어 나타나는 것이다. 그러나 빈켈 트리펠 도법의 경우 중앙경선에서 멀어질수록 면적 왜곡

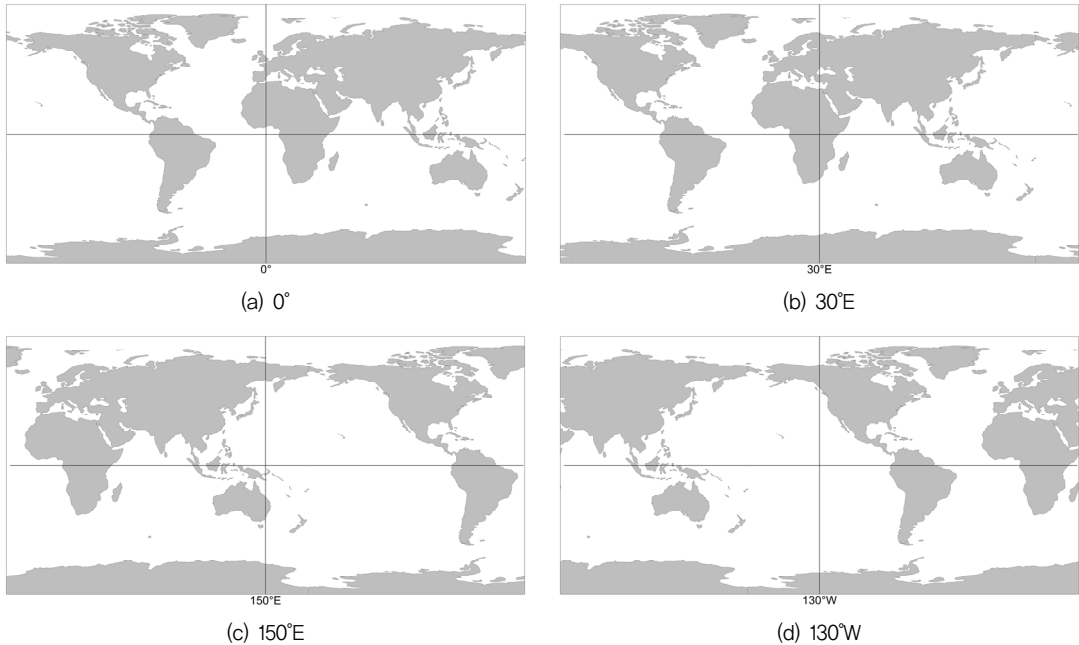


그림 5. 중앙경선에 따른 수륙 분포의 재배치

이 감소하는 경향을 보이기 때문에 동경 30° 부근에서 오히려 면적 왜곡이 가장 높게 나타나는 것이다. 이 모든 사항이 서경 130°부근에서는 반대로 나타나게 된다.

4. 태평양 중심의 세계지도에서 투영법의 상대적 적합도 평가

이상의 결과는 육지부의 투영 왜곡도가 중앙경선의 선택에 의존하며 중앙경선의 변화에 따라 최적 투영법이 달라질 수 있음을 시사한다. 이를 바탕으로 이상일 등(2012)이 제기한 주장, 즉 중앙경선을 동경 150°로 설정한 경우가 본초자오선을 중앙경선으로 설정한 경우에 비해 로빈슨도법이 빈켈 트리펠 도법에 대해 가지는 투영 적절성이 더 높을 것이라는 주장을 평가해 보기로 한다. 이상일 등(2012)의 연구에서 다른 두 중앙경선(본초자오선과 동경 150°)에 대한 왜곡 범주별 투영 왜곡도는 표 2에 나타나 있다.

중앙경선의 변화에서 가장 두드러진 차이를 보이는 왜곡 범주는 각도이다. 그림 2(a)에서 살펴본 것처럼, 본초자오선인 경우에는 빈켈 트리펠이 우위를 보이지만, 동경 150°인 경우는 로빈슨도법이 우위를 보인다. 본초자오선이 중앙경선인 경우는 동서말단에 태평양이 나뉘어져 위치하게 되지만, 동경 150°가 중앙경선인 경우는 아프리카 대륙과 남아메리카 대륙이 위치하게 되기 때문이다(그림 5(a)와 5(c) 참조). 그러나 면적의 경우는 그림 2(b)에 나타나 있는 것처럼 중앙경선에 상관없이 항상 빈켈 트리펠 도법이 우위에 있으며 그 편차도 동경 150°인 경우에 더 커진다. 이는 동경 150°를 중앙경선으로 설정하게 되면 면적 왜곡도가 낮은 동서방향 말단부에 두 대륙이 위치하게 되기 때문이다.

이러한 결과는 단일한 왜곡 지표만으로는 두 투영법의 상대적 적합성을 판단하기 어렵다는 점을 보여준다. 즉, 각도 왜곡은 감소하는 반면 면적 왜곡은 증가하기 때문에, 총체적 왜곡 수준의 변화는 평가 기준에 따라 달라질

수밖에 없다. 따라서 문제는 단순한 수치 비교가 아니라, 어떤 왜곡 속성에 더 큰 중요성을 부여할 것인가의 문제로 귀결된다. 이와 관련하여 Canters *et al.*(2005)은 세계지도 평가에서 각도와 면적의 균형을 통해 달성되는 ‘시각적 자연스러움’을 핵심 기준으로 제시하며, 특히 타원형 도법의 경우 총체적 적합성에 더 큰 영향을 미치는 것은 면적 왜곡보다 각도 왜곡임을 보였다.²⁴⁾ 해당 기준을 적용한 결과 빈켈 트리펠 도법과 로빈슨 도법이 각각 1위와 2위를 차지했는데, 두 도법 간 면적 왜곡도의 차이는 0.011에 불과한 반면(로빈슨 도법 우세), 각도 왜곡도의 차이는 0.022로(빈켈 트리펠 도법 우세) 더 크게 나타나며, 전체 투영법 집합에서도 각도 왜곡의 변동성이 더 크게 나타난다.

이러한 평가 기준을 적용하면, 중앙경선 변화에 따른 투영 적합성의 해석도 달라진다. 동경 150°를 중앙경선으로 설정할 경우 로빈슨 도법은 각도 왜곡에서 1.041°의 상대적 개선을 보이는 반면(본초자오선에서는 0.3793° 높지만, 동경 150°에서는 0.6621° 낮음), 면적 왜곡에서는 0.0269의 상대적 악화를 보인다(본초자오선에서는 0.0091 높고, 동경 150°에서는 0.0360 높음). 두 왜곡 속성의 단위가 상이하다는 점을 고려할 때 절대적인 비교는 어렵지만, 각도 왜곡이 총체적 적합성에 더 큰 영향을 미친다는 점을 감안하면, 이러한 변화는 로빈슨 도법의 상대적 적합성이 증가하는 방향으로 해석될 여지가 있다.

한편, 총체적 혹은 평균적 각도 왜곡도에서의 상대적 우위 못지않게 중요한 것은 그러한 우위가 어느 지역에서, 어느 정도의 범위에 걸쳐 나타나는가를 살펴보는 일이다. 즉, 각도 왜곡의 상대적 우위가 공간적으로 어떻게 드러나는지를 검토할 필요가 있다. 그림 6은 동경 150°를 중앙경선으로 설정한 경우 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법 가운데 어느 쪽이 각도 왜곡에서 상대적 우위를 보이는지를 그 정도와 함께 시각화한 것이다. 이 지도는 그림 3의 (a)에서 (b)를 뺀 값을 기준으로 작성되었으며, 음의 값(붉은색 계통)은 로빈슨 도법이 상대적으로 우세한 지역

표 2 본초자오선과 동경 150°를 중앙경선으로 설정한 세계지도 투영법의 왜곡도 비교

왜곡 속성	중앙경선	로빈슨 도법	빈켈 트리펠 도법
각도	본초자오선	23.1896°	22.8103°
	150°E	24.5339°	25.1960°
면적	본초자오선	0.2511	0.2420
	150°E	0.2511	0.2151

을, 양의 값(푸른색 계통)은 빈켈 트리펠 도법이 상대적으로 우세한 지역을 의미한다. 이를 보면 중저위도 지역, 특히 동서방향의 양극단으로 갈수록 로빈슨 도법의 상대적 우위가 커지는 반면, 중고위도로 갈수록 빈켈 트리펠 도법의 상대적 우위가 급격히 증가하는 양상이 확인된다. 로빈슨 도법은 아프리카 대륙과 남아메리카 대륙의 대부분 지역에서 10° 이상의 각도 왜곡 우위를 보이며, 유럽, 아시아의 상당 부분(한반도 대부분 포함), 그리고 북아메리카의 중남부 지역에서도 상대적 우위를 나타낸다.

그림 6은 각도 왜곡에서의 상대적 우위가 두 도법 사이에서 매우 상이한 공간적 패턴으로 나타남을 명확히 보여주며, 이는 상대적 적합성 평가를 위한 또 다른 기준을 제공한다. 빈켈 트리펠 도법은 중고위도, 특히 초고위도에서 극단적으로 높은 각도 왜곡 우위를 보이는데, 그 차이는 20~40°에 이르기까지도 한다. 본초자오선이나 그 주변을 중앙경선으로 설정한 경우에는 이러한 특성이 그린란드의 정형성을 상대적으로 잘 유지하는 장점으로 작용할 수 있다.²⁵⁾ 그러나 다른 중앙경선에서는 이러한 강점이 크게 부각되지 않는다. 반면 로빈슨 도법은 특히 동서방향의 양극단에 위치한 매우 넓은 영역에서 상대적 우위를 보인다. 빈켈 트리펠 도법의 주요 한계가 좌우 말단부의 경선에서 극 쪽으로의 급격한 수렴, 즉 심한 완곡 현상이 나타나고, 이로 인해 중앙경선에서 멀어질수록 형태가 남북 방향으로 크게 늘어진다는 점에 있다는 사실을 고려하면(이상일 외, 2012), 로빈슨 도법이 보이는 각도 왜곡상의 상대적 우위는 그 의미가 더욱 크다고 할 수 있다.

이상의 논의를 종합하면, 중앙경선을 동경 150°로 설정한 경우는 본초자오선을 중앙경선으로 설정한 경우에 비해 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법에 대해 가지는 상대적 투영 적절성이 더 높다고 결론지을 수 있다. 다만 이러한 결론은 어디까지나 적용하는 평가 기준에 의존하는 것이며, 특정 투영법의 절대적 우위를 의미하는 것은 아니다.

IV. 요약 및 결론

본 논문의 주된 연구 목적은 육지부의 평균 투영 왜곡도가 중앙경선의 선택에 의존한다는 사실을 정량적으로 입증하고 이것이 지도 투영법 선택에 미칠 수 있는 영향에 대하여 논의하는 것이다. 이를 위하여 Tissot(1881)의 지시타원에서 도출되는 세 투영 왜곡 범주(각도, 면적, 축척)의 국지적 투영 왜곡도를 정의하고 적분을 통해 평균 투영 왜곡도로 확장하였다. 컴퓨터 수치 계산을 위해 육지부를 2.5°간격의 경위도 격자망으로 분해하였고 144개 중앙경선을 추가함으로써 총 627,264개(남극 제외 시 469,296개)의 크기를 지닌 3차원 격자망을 생성하였다. 생성된 입력 데이터에 지시타원 계산 모듈과 수치적분 모듈을 적용함으로써 중앙경선별 평균 투영 왜곡 분포 데이터로 산출하였다.

본 연구의 계산 결과 다음과 같은 사실이 확인되었다. 첫째, 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법의 왜곡 범주별 투영 왜곡도는 중앙경선의 설정에 따라 달라진다. 둘째, 각

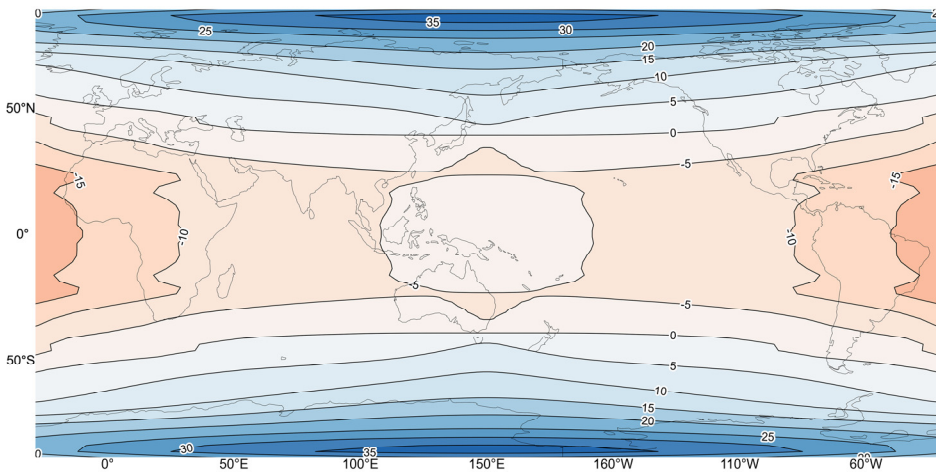


그림 6. 국지적 각도 왜곡 편차의 공간적 분포(중앙경선: 동경 150°)

도 왜곡의 경우 투영법과 관계없이 왜곡의 최솟값은 동경 30° 부근, 최댓값은 서경 130° 부근에서 나타나며, 중앙경선이 서경 20°에서 동경 77.5° 사이에 위치하는 일부 구간을 제외하면 대부분의 중앙경선에서 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법보다 우세한 것으로 나타난다. 셋째, 면적 왜곡에서는 중앙경선의 위치와 무관하게 빈켈 트리펠 도법이 일관되게 로빈슨 도법보다 우세하며, 그 공간적 분포는 각도 왜곡과 반대의 양상을 보인다. 즉, 빈켈 트리펠 도법의 면적 왜곡은 동경 30° 부근에서 최댓값을, 서경 130° 부근에서 최솟값을 나타내며, 중앙경선에 따라 왜곡의 편차 또한 달라진다.

이러한 결과는 왜곡의 공간적 분포와 중앙경선 변화에 따른 수축 분포의 재배치를 통해 설명될 수 있다. 두 투영법 모두에서 각도 왜곡은 본초자오선과 적도로부터 멀어질수록 증가하지만, 남북방향 말단부에서는 빈켈 트리펠 도법이 상대적으로 낮은 왜곡을 보이고, 동서방향 말단부에서는 오히려 높은 왜곡을 나타낸다. 면적 왜곡의 경우 빈켈 트리펠 도법은 특히 중저위도에서 중앙경선으로부터 멀어질수록 감소하는 경향을 보이는 반면, 로빈슨 도법은 위도에 의해 주로 결정되는 패턴을 보인다. 이러한 구조 위에 중앙경선에 따른 수축 분포의 변화가 결합되면서 왜곡도의 상대적 차이가 형성된다. 즉, 동경 30°에서는 육지부가 지도 중앙에 집중되어 빈켈 트리펠 도법이 각도 왜곡에서 우세하지만, 서경 130°를 포함한 대부분의 중앙경선에서는 육지부가 외곽에 분포하게 되어 로빈슨 도법이 우위를 보이며, 면적 왜곡에서는 전 구간에서 빈켈 트리펠 도법이 우세하고 그 격차는 서경 130° 부근에서 더욱 크게 나타난다.

이러한 분석 결과는 육지부의 투영 왜곡이 중앙경선의 선택에 따라 달라지며, 이에 따라 상대적으로 더 적절한 투영법 또한 변할 수 있음을 명확히 보여준다. 특히 중앙경선을 본초자오선에서 동경 150°로 변경할 경우, 각도 왜곡에서는 빈켈 트리펠 도법에서 로빈슨 도법으로 우위가 전환되는 반면, 면적 왜곡에서는 여전히 빈켈 트리펠 도법이 우세하여 두 왜곡 속성 간 상충이 발생한다. 이러한 결과는 단일 왜곡 지표만으로 투영 적합성을 판단하기 어렵다는 점을 보여주며, 결국 어떤 왜곡 속성에 더 큰 중요성을 부여하는가가 핵심적인 판단 기준이 됨을 시사한다. 각도와 면적 왜곡의 균형을 중시하되 각도 왜곡의 영향력을 상대적으로 높게 평가하는 기준을 적용하면, 중앙경선을 동경 150°로 설정할 경우 로빈슨 도법의 상대적 적

합성은 본초자오선을 기준으로 할 때보다 높아지는 것으로 해석할 수 있다. 이는 로빈슨 도법이 중저위도 및 동서 말단부의 넓은 영역에서 각도 왜곡의 상대적 우위를 보이는 반면, 빈켈 트리펠 도법의 우위는 주로 중고위도에 국지적으로 집중되기 때문이다. 따라서 로빈슨 도법이 절대적으로 우월하다고 단정할 수는 없으나, 중앙경선을 동경 150°로 설정한 경우는 본초자오선을 중앙경선으로 설정한 경우에 비해 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법에 대해 가지는 상대적 투영 적절성이 더 높다고 결론지을 수 있다.

본 연구의 의의는 중앙경선이 본초자오선으로 한정된 투영 왜곡의 정량적 연구를 모든 중앙경선으로 확장했다는 점에 있다. 서론에서 밝힌 것처럼 본초자오선을 중앙경선이 아닌 다른 경선으로 택하는 다양한 이유가 충분히 존재하며, 특히 지도 사용국이 본초자오선에서 멀리 떨어져 있을수록 그러한 필요성은 증대된다. 중앙경선이 다양해질 경우 본초자오선에서 계산된 기존 연구의 수치가 가지는 효용성은 삭감될 필요가 있다. 그러나 그 계산 방법론은 여전히 유효하므로 달라진 중앙경선에 동일한 방법을 적용할 수 있으며, 본 연구에서는 이를 가능한 한 모든 중앙경선에 대해서 수행하였다. 그 결과 다양한 중앙경선에 대해 투영법 선택에 실질적인 정보를 제공할 수 있는 투영 왜곡 계산 결과를 도출할 수 있었다.

그러나 본 연구는 인간의 지각을 반영한 왜곡 지표의 사용이 필요하다는 점에서 한계를 지닌다. 본 연구에서 정의한 왜곡도는 Tissot(1881)의 국소적 왜곡 이론에서 수학적으로 구성된 것이다. 그러나 Canters(2002)는 이와 같이 수학적으로 정의된 왜곡도는 지도 사용자가 실제로 인식하는 투영 왜곡을 제대로 포착하지 못함을 지적하고 있다. 이는 특히 형태 왜곡에서 문제가 되는데, 수학적으로 정의되는 형태 왜곡은 지표면상의 각 지점에 대한 국소적 각도 왜곡의 총계이지만, 실제 지도 사용자가 인식하는 형태 왜곡은 지구본상에서 시각적으로 확인 가능한 대륙의 형태에서 이탈한 정도를 의미하는 것이 일반적이다. 비슷한 맥락에서 Mackay(1969)의 결과는 수학적으로 동일한 형태 왜곡을 지니는 정형 도법이 지도 사용자의 입장에서는 서로 다른 왜곡을 지니는 것으로 지각될 수 있음을 함축한다.

본 연구는 분석 대상 투영법을 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법에 한정했지만, 본 연구에서 제안된 방법론은 다른 모든 투영법에도 적용될 수 있는 일반성을 지닌다. 향후에는 세계지도 제작을 위한 투영법으로 널리 사용되고

있는 투영법 중 중앙경선의 설정이 의미를 가지는 투영법만을 선별한 후, 각각에 대해 중앙경선별 왜곡 범주별 평균 왜곡도를 계산함으로써, 지도 투영 연구에 중앙경선이라는 새로운 차원을 첨가하는 보다 전면적인 연구로 나아갈 수 있을 것이다.

註

- 1) 발표는 1827년이지만 실제 논문 출판은 1828년이다. 정리의 정확한 진술은 아래와 같다(Gauss, 1828:24).

“... 이는 곧바로 다음의 놀라운 정리로 이어진다 (sponte perducit ad egregium Theorema). 만약 한 곡면이 다른 어떠한 곡면에 놓여진다면, 그 곡률은 각각의 점에서 변하지 않는다(Si superficies curva in quacunque aliam superficiem explicatur, mensura curvaturae in singulis punctis invariata manet).”

여기서 “한 곡면이 다른 곡면에 놓여진다(explicatur)”는 것은 두 곡면의 ‘길이 요소의 일반 표현(expression generalis elementi linearis)’의 각 계수들이 일치함을, 현대적인 표현으로는 두 곡면의 제1기본형식(first fundamental form)이 일치함을 의미한다.

- 2) 서구권 지도학계에 만연한 유럽중심주의에 대한 Harley(1989)의 비판이 참고가 될 수 있다.
- 3) 투영축(aspect)은 투영면이 지구와 접하는 방향, 즉 투영의 배향을 의미하며, 정축(normal aspect), 횡축(transverse aspect), 사축(oblique aspect)으로 구분된다. 이 중 정축은 투영면이 가장 전형적인 방향으로 배치되어 그에 상응하는 전형적인 그래픽이 생성되는 경우를 말한다. 원통 도법의 경우는 적도축이, 원추 도법과 평면 도법의 경우는 극축이 정축이 된다.
- 4) Tobler(1962)가 제시한 일반화된 원통·원추·방위 도법의 경우, 일정한 간격의 경선이 지도상에서 서로 다른 간격으로 투영되는 가능성을 배제할 수 없기 때문에 투영 왜곡이 중앙경선의 선택에 의존할 수 있다. 본 연구에서는 이와 같은 예시는 고려하지 않기로 한다.

- 5) 프랑스어 어휘 indicatrice는 ‘안내자’, ‘지표’ 등을 뜻하는 남성 명사 indicateur의 여성형이고, 이를 영어로 옮기면 ‘indicatrix’가 된다. 이상일·조대현(2012) 및 이상일 등(2012)과 같은 국내 연구에서는 ‘indicatrix’를 음역하여 ‘인디카트릭스’라는 용어를 사용하고 있는데, 한자 문화권에 속하는 일본 및 중국의 지도학 문헌에서는 이를 한역(漢譯)한 용어를 사용하기도 한다. 예컨대 政春尋志(2011:143)는 ‘지시타원(指示橢圓)’을, 钟业勋·胡宝清(2017:51)은 ‘변형타원(變形橢圓)’을 번역어로 사용하고 있다. 본 연구에서는 원어의 의미가 반영된 ‘지시타원’을 ‘indicatrix’의 번역어로 채택하기로 한다.
- 6) 본 소절의 논의는 전반적으로 Canters(2002:41-50)를 참조한 것이다.
- 7) 이는 격자망의 각 구획이 R과 공간적으로 관련되어 있는 경우에만 식 (9)의 덧셈을 계산하는 것과 동치이다. 공간적 관련성으로 교차, 포함 등의 이항 공간 술어(predicate)를 상징할 수 있는데, 여기서는 각 구획이 R과 교차하는 경우, 즉 두 도형이 공통의 지점을 포함하고 있을 때 서로 공간적으로 관련되었다고 정의한다. 일반적으로 해안선이 복잡한 좁은 구역의 경우 교차 술어는 확대를, 포함 술어는 축소를 가져온다.
- 8) 육지부 왜곡 계산에서 남극 대륙을 포함하는 격자망과 제외하는 격자망을 별개로 상징한다. 남극은 남극점을 포함하고 있기 때문에 정축 도법의 소축적 지도에서 극심한 왜곡을 겪으며, 남극점을 중심으로 한 방위도법을 통하여 별도로 제시하는 것이 일반적이기 때문이다. 그러나 연구 결과는 주로 남극 대륙이 포함된 것을 중심으로 하되, 남극 대륙이 포함되지 않는 경우의 중요한 결과를 부분적으로 언급하도록 한다.
- 9) 이 문제를 해결하기 위해 이상일·조대현(2012)의 접근법과 같이 상대적으로 적은 수의 임의 선택된 구획 표본에 대해 지시타원을 계산한 후 격자망 전체에서 내삽하는 방법을 고려할 수 있으나, 이 방법은 원통도법이나 원추도법, 방위도법 등 이미 기하학적 대칭성이 내재되어 지도상의 왜곡 분포가 어느 정도 예견 가능한 투영법에 적합하다. 본 연구는 대칭성이 뚜렷하지 않은 타원형 도법의 왜곡도를 고려하고 있기 때문에 다른 접근법을 취한다.

- 10) <https://www.naturalearthdata.com/downloads/110m-physical-vectors/>
- 11) 본 연구는 Python 3.9의 Numpy 패키지로 고속 배열 연산을 수행한다.
- 12) 본 소절에서 사용되는 수식과 수학적 개념에 대해서는 do Carmo(2016:51-216)와 이인석(2015:387-466) 등을 참고하라.
- 13) 이것이 성립하는 것은 식 (10)과 (11)로부터 두 벡터 $\hat{\lambda}$, $\hat{\phi}$ 는 크기가 각각 $\cos \phi$, 1이고 서로 수직임을 알기 때문이다.
- 14) 투영법 공식의 미분 dP 는 접평면의 두 기저 $\hat{\lambda}$, $\hat{\phi}$ 를 다음과 같이 지도상의 접벡터로 사상한다.

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\lambda / \cos \phi & x_\phi \\ y_\lambda / \cos \phi & y_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\lambda \\ d\phi \end{pmatrix}$$

이 수식의 변환 행렬을 M 이라고 하면, 식 (12)에서 주어진 원의 M 에 의한 상은

$$\begin{aligned} M(C) &= \left\{ M \begin{pmatrix} d\lambda \\ d\phi \end{pmatrix} \mid d\lambda^2 / \cos^2 \phi + d\phi^2 = 1 \right\} \\ &= \left\{ M \begin{pmatrix} d\lambda \\ d\phi \end{pmatrix} \mid \left\| \begin{pmatrix} d\lambda \\ d\phi \end{pmatrix} \right\|^2 = 1 \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \mid \left\| M^{-1} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \right\|^2 = 1 \right\} \\ &= \left\{ (dx, dy) \mid \begin{pmatrix} M^{-1} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} M^{-1} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \end{pmatrix} = 1 \right\} \\ &= \left\{ (dx, dy) \mid (dx \quad dy) (MM^T)^{-1} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = 1 \right\} \end{aligned}$$

이고, 위 수식의 조건식은 좌우변을 전개하면 적당한 계수 E , F , G 에 대하여

$$E dx^2 + F dx dy + G dy^2 = 1$$

의 꼴로 정리되므로 이는 타원을 나타낸다.

- 15) $B := (MM^T)^{-1}$ 라 두면 이 행렬은 대칭행렬로서, 스펙트럼 정리에 의하여 양의 고윳값(eigenvalue) e_1 , e_2 이 대각 성분인 대각행렬로 대각화할 수 있다.
- 16) 선행 연구인 Canters와 Declair(1989:44-45)를 준거 연구로 삼아 수치를 비교하였는데, 비교에 사용된 수치는 각도, 면적, 축척의 세 왜곡 범주에 대한 지표면 전체의 전역적 평균 왜곡도와 육지부의 평균 왜곡도이다. 중앙경선은 선행 연구와 동일하게 본초자오선으로 설정하였다. 로빈슨 도법과 빈켈 트리펠 도법 외에 정거원통 도법과 시뉴 소이드 도법에 대한 결과도 함께 비교하였다.
- 17) 남극을 제외하면 각도 왜곡도는 낮아지는 경향이

현저하지만, 빈켈 트리펠 도법의 평균은 오히려 높아지는 예외를 보인다.

- 18) 남극을 제외하면 모든 통계값이 낮아지는 경향을 보이며, 낮아지는 정도가 각도에 비해 훨씬 더 크다. 예를 들어 로빈슨 도법의 평균 기준 각도 왜곡은 24.5073° 에서 20.5448° 로 19.3% 감소한 반면, 면적 왜곡은 0.2511에서 0.1769로 41.9% 감소했다. 두 투영법 모두 극지방으로 갈수록 면적이 확대되는 경향이 반영된 것으로 해석할 수 있다.
- 19) 남극을 제외한 경우에는 최댓값과 평균 모두에서 로빈슨 도법이 우위를 보였다.
- 20) 남극을 제외한 경우에는 모든 통계값이 낮아지는 경향을 보이는데, 낮아지는 정도는 빈켈 트리펠 도법보다 로빈슨 도법에서 더 크다. 예를 들어 평균 기준 축척 왜곡은 빈켈 트리펠 도법이 0.2855에서 0.2362로 0.05 정도 낮아진 반면 로빈슨 도법은 0.3143에서 0.2319로 0.08 정도 낮아졌다.
- 21) 남극을 제외한 경우에는 그 범위는 서경 27° 에서 동경 87.5° 로 약간 달라진다.
- 22) 남극을 제외한 경우에는 모든 중앙경선에서 로빈슨 도법이 빈켈 트리펠 도법에 비해 우위에 있다.
- 23) 범주별 왜곡도 수치의 분포를 고려하여 각도 왜곡은 등간격으로, 면적과 축척 왜곡은 등분위(quantile)로 단계 구분하였다.
- 24) Canters *et al.*(2005)의 방식은 본 연구가 취하고 있는 미분적 접근이 아니라 유한 영역 기반의 방식이기 때문에 절대적으로 비교하는데는 무리가 있다. 그러나 각도와 면적 중 어떤 왜곡 속성이 총체적인 왜곡도 산정에 보다 중요한 역할을 하는가에 대한 통찰을 얻는다는 의미에서 본 연구에서 충분히 참고할 수 있다고 판단한다.
- 25) Kessler(2000)에 따르면, 「내셔널 지오그래픽(National Geographic)」 매거진을 발간하는 NGS(National Geographic Society)가 1988년 공식 투영법을 로빈슨 도법에서 빈켈 트리펠 도법으로 교체한 가장 중요한 이유 중의 하나가 바로 유럽과 북미인들에게는 너무나 친숙한 그린란드(Greenland)의 형상이 빈켈 트리펠에서 더 유사하게 나타나기 때문이라고 한다.

참고문헌

- 김용민, 2022, 중앙경선별 육지부의 평균 투영 왜곡도 분포에 관한 연구 -빈켈 트리펠 도법과 로빈슨 도법의 비교-, 서울대학교 석사학위논문.
- 손일 역, 2006, 「지도전쟁: 메르카토르 도법의 사회사」, 서울: 책과함께(Monmonier, M., 2004, *Rhumb Lines and Map Wars: A Social History of the Mercator Projection*, Chicago: The University of Chicago Press).
- 손일·이한방, 2004, “페더스 도법과 이에 대한 논쟁의 지도학의 의미,” 한국지도학회지, 4(1), 1-11.
- 이상일·손일 역, 2021, 「지도와 거짓말」, 3판, 서울: 푸른길 (Monmonier, M., 2018, *How to Lie with Maps*, 3rd edition, Chicago: The University of Chicago Press).
- 이상일·조대현, 2012, “대한민국 주변도 제작을 위한 최적의 지도 투영법 선정: GIS-기반 투영 왜곡 분석,” 한국지도학회지, 12(3), 1-16.
- 이상일·조대현·이건학, 2012, “태평양 중심의 세계지도 제작을 위한 최적의 지도 투영법 선정,” 한국지도학회지, 12(1), 1-20.
- 이인석, 2015, 「학부 대수학 강의 I - 선형대수와 군」, 서울: 서울대학교 출판문화원.
- 조대현·정재준·이상일, 2012, “디지털 맵 데이터를 이용한 세계지도 제작의 실행 방안,” 한국지도학회지, 12(1), 33-47.
- 政春尋志, 2011, 「地圖投影法—地理空間情報の技法」, 東京: 朝倉書店.
- 钟业勋·胡宝清, 2017, 「数理地图学—地图学及其数学原理」, 北京: 中国地图出版社.
- Benítez, J. and Thome, N., 2004, Applications of differential geometry to cartography, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(1), 29-38. <https://doi.org/10.1080/00207390310001615543>
- CanTERS, F., 2002, *Small-Scale Map Projection Design*. New York: Taylor & Francis.
- CanTERS, F. and Decler, H., 1989, *The World in Perspective: A Directory of World Map Projections*, New York: John Wiley & Sons.
- CanTERS, F., Deknopper, R., and Genst, W. D., 2005, A new approach for designing orthographic world maps, *Proceedings of The 22nd International Cartographic Conference, Mapping Approaches in a Changing World*, July 9-16, A Coruna, Spain International Cartographic Association.
- Čapek, R., 2001, Which is the best projection for the world map?, *Proceedings of the 20th International Cartographic Conference*, Baijing, China, Vol.5, 3084-3093.
- do Carmo, M. P., 2016, *Differential Geometry of Curves and Surfaces: Revised and Updated Second Edition*, New York: Dover Publications.
- Gauss, C. F., 1828, *Disquisitiones Generales Circa Superficies Curvas*, Gottingae: Typis Dietericianis.
- Ghaderpour, E., 2016, Some equal-area, conformal and conventional map projections: A tutorial review, *Journal of Applied Geodesy*, 10(3), 197-209. <https://doi.org/10.1515/jag-2015-0033>
- Goldberg, D. M. and Gott, J. R., 2007, Flexion and skewness in map projections of the earth, *Cartographica*, 42(4), 297-318. <https://doi.org/10.3138/carto.42.4.297>
- Harley, J. B., 1989, Deconstructing the map, *Cartographica*, 26(2), 1-20. <https://doi.org/10.3138/E635-7827-1757-9T53>
- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., Kern, R., Picus, M., Hoyer, S., van Kerkwijk, M. H., Brett, M., Haldane, A., del Río, J. E., Wiebe, M., Peterson, P., ... Oliphant, T. E., 2020, Array programming with NumPy, *Nature*, 585(7825), 357-362. <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>
- Ipbuker, C., 2002, An inverse solution to the Winkel tripel projection using partial derivatives, *Cartography and Geographic Information Science*, 29(1), 37-42. <https://doi.org/10.1559/152304002782064619>
- Jenny, B., Patterson, T., and Hurni, L., 2008, Flex projector -Interactive software for designing world map projections, *Cartographic Perspectives*, 59, 12-27. <https://doi.org/10.14714/CP59.245>
- Jenny, B., Patterson, T., and Hurni, L., 2010, Graphical design of world map projections, *International Journal of Geographical Information Science*, 24(11), 1687-1702. <https://doi.org/10.1080/13658811003596101>
- Kelso, N. V. and Patterson, T., 2010, Introducing natural

- earth data—Naturalearthdata.com. *Geographia Technica*, 5(Special Issue), 82-89.
- Kessler, F. C., 2000, A Visual Basic algorithm for the Winkel tripel projection, *Cartography and Geographic Information Science*, 27(2), 177-183.
- Kessler, F. C. and Battersby, S., 2019, *Working with Map Projections: A Guide to Their Selection*, Boca Raton: CRC Press.
- Mackay, J. R., 1969, The perception of conformality of some map projections, *Geographical Review*, 59(3), 373-387. <https://doi.org/10.2307/213482>
- Robinson, A. H., 1951, The use of deformational data in evaluating world map projections, *Annals of the Association of American Geographers*, 41(1), 58-74. <https://doi.org/10.1080/00045605109352042>
- Robinson, A. H., 1974, A new map projection: Its development and characteristics. *International Yearbook of Cartography*, 14, 145-155.
- Šavrič, B., Jenny, B., White, D., and Strebe, D. R., 2015, User preferences for world map projections, *Cartography and Geographic Information Science*, 42(5), 398-409. <https://doi.org/10.1080/15230406.2015.1014425>
- Slocum, T. A., McMaster, R. B., Kessler, F., and Howard, H. H., 2023, *Thematic Cartography and Geovisualization*, 4th edition, Boca Raton: CRC Press.
- Snyder, J. P., 1993, *Flattening the Earth: Two Thousand Years of Map Projections*, Chicago: The University of Chicago Press.
- Snyder, J. P. and Voxland, P. M., 1989, *An Album of Map Projections*, U.S. Geological Survey Professional Paper 1453, Washington: U.S. Government Printing Office.
- Tissot, A., 1881, *Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques*, Paris: Gauthier-Villars.
- Tobler, W. R., 1962, A classification of map projections, *Annals of the Association of American Geographers*, 52(2), 167-175. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8306.1962.tb00403.x>
- Vaníček, P. and Krakiwsky, E. J., 1986, *Geodesy: The Concepts*, New York: Elsevier.
- Wirth, E. and Kun, P., 2015, *Indicatrix mapper (QGIS Plugin)*, <https://github.com/ervinwirth/indicatrix-mapper>
- 교신: 이상일, 08826, 서울시 관악구 관악로 1, 서울대학교 사범대학 지리교육과(이메일: si_lee@snu.ac.kr)
- Correspondence: Sang-Il Lee, Department of Geography Education, College of Education, Seoul National University, 1 Gwanak-ro, Gwanak-gu, Seoul 08826, Republic of Korea (Email: si_lee@snu.ac.kr)
- 투 고 일: 2026년 4월 1일
심사완료일: 2026년 4월 21일
투고확정일: 2026년 4월 27일